

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱/۲۴

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل‌های ۲، ۴ و ۵	فصل‌های ۲، ۴ و ۵	فصل ۱ تا ۳
هندسه	کل کتاب	-	فصل ۱
گسسته	-	فصل ۱	فصل‌های ۱ و ۲

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ریاضیات

۱- دامنهٔ تعریف تابع $f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}}$ بازه $[\alpha, \beta]$ است. مقدار $2\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

۲- تابع $f(x) = ax^2 + 3x - b$ در مجموعهٔ اعداد حقیقی اکیداً صعودی است. اگر $f \circ f(a) = f^{-1}(b+1)$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{14}$ (۲) $-\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{14}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۳- ضابطهٔ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x+1}$ به صورت $f^{-1}(x) = x + a - b\sqrt{x+a}$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

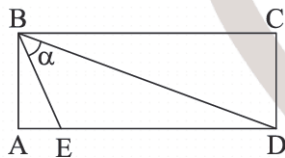
۴- باقیماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 2x + 3$ برابر $2x - 1$ است. اگر $f(-1) = 3$ و $f(-2) = 10$ باشد، خارج قسمت تقسیم کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $-x + 2$ (۲) $-2x + 1$ (۳) $3x - 1$ (۴) $-3x + 4$

۵- اگر زاویهٔ α در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی و $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) - \sin(\pi + \alpha)}{1 - \tan \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۶- در مستطیل شکل زیر، طول مستطیل، سه برابر عرض آن و عرض مستطیل دو برابر طول AE است. مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

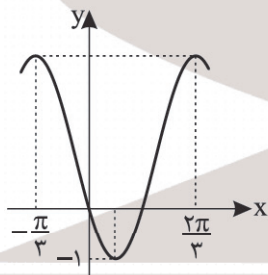


- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۲

۷- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل $\frac{\sin x + \cos x}{1 - 3 \sin 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(bx + \frac{\pi}{6})$ است. مقدار $a(b-c)$ کدام است؟



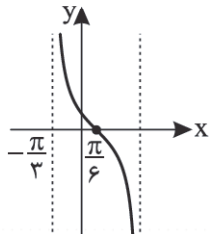
- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۹- حداقل اختلاف بین دو ریشه متمایز معادله $\frac{1-\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1-\sin x}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) 2π

۱۰- نمودار تابع $y = \tan(ax + \theta)$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\theta}{a\pi}$ کدام است؟



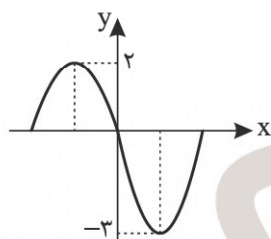
(۱) $-\frac{2}{3}$

(۲) $-\frac{1}{6}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

۱۱- نمودار تابع f به صورت زیر است. به ازای چند مقدار a ، حد راست تابع $[f(x)]$ از حد چپ آن در نقطه a بیشتر است؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۶

۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+a)(x-1)+b}{x^2-4} = \frac{1}{a}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) -۳ یا -۴ (۲) -۳ یا -۸ (۳) -۴ یا -۸ (۴) -۴ یا -۶

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} |x-1| & |x| \leq 3 \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > 3 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار b کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۴- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x-1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{2-[-x]} = \frac{1}{\sqrt{a}}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۵- حاصل حد تابع $f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos^2(\frac{\pi}{4} x)}$ وقتی $x \rightarrow 1^+$ و $x \rightarrow 1^-$ به ترتیب از راست به چپ برابر کدام است؟

- (۱) $+\infty$ و $+\infty$ (۲) $-\infty$ و $-\infty$ (۳) $+\infty$ و $-\infty$ (۴) $+\infty$ و $+\infty$

محل انجام محاسبات



۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x^2 + x - 6a}$ خط مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول ۷- قطع می‌کند. فاصله بین دو مجانب قائم تابع f کدام است؟

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴)

۱۷- اگر α عضو مجموعه جواب نامعادله $\frac{8-x^3}{4x^2-1} < 0$ باشد، حداقل مقدار $[\alpha]$ برابر کدام است؟

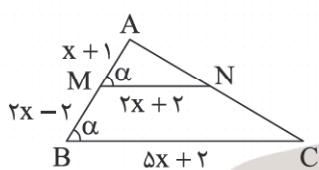
- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۱۸- مجموعه جواب نامعادله $4 < \frac{3x+5}{x-1} < a$ بازه $(b, +\infty)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

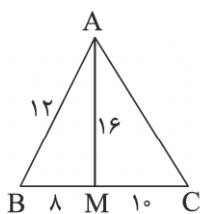
۱۹- در مثلث متساوی‌الساقینی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶، فاصله نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از هر ساق کدام است؟

- $\frac{25}{8}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{15}{8}$ (۴)



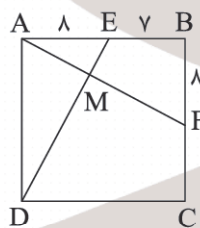
۲۰- در شکل زیر مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت چهارضلعی است؟

- $\frac{121}{96}$ (۱) $\frac{121}{98}$ (۲) $\frac{11}{6}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴)



۲۱- در شکل زیر نسبت محیط مثلث AMC به محیط مثلث ABC کدام است؟

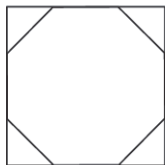
- $\frac{15}{20}$ (۱) $\frac{18}{20}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{25}{27}$ (۴)



۲۲- در مربع شکل زیر، طول پاره خط MF کدام است؟

- $\frac{119}{15}$ (۱) $\frac{120}{17}$ (۲) $\frac{136}{15}$ (۳) $\frac{169}{17}$ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۳- هشت ضلعی منتظم در مربعی به طول ضلع $1 + \sqrt{2}$ محاط شده است. مساحت این هشت ضلعی برابر کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} + 2$

(۲) $2\sqrt{2} + 2$

(۳) $2\sqrt{2} + 1$

(۴) $2\sqrt{2} + 4$

۲۴- در مثلث ABC دو میانه وارد بر اضلاع AB و AC بر هم عمودند. اگر طول میانه‌های وارد بر اضلاع AC و BC به ترتیب ۶ و ۹ واحد باشند، طول میانه وارد بر ضلع AB کدام است؟

(۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $3\sqrt{6}$

۲۵- دو خط متنافر d و d' صفحه P را در نقاط A و B قطع کرده‌اند. چند صفحه موازی با P و عمود بر این دو خط متنافر می‌توان رسم کرد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) صفر یا ۱ (۴) بی‌شمار

۲۶- مکعبی را با یک صفحه چنان برش می‌دهیم که دقیقاً از وسط سه یال مکعب با رأس مشترک بگذرد، اگر طول هر یال مکعب $2\sqrt{3}$ باشد، مساحت سطح مقطع حاصل چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^4 - A^3 = \alpha A + \beta I$ ، آنگاه مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۲۸- اگر برای دو ماتریس $A_{2 \times 2}$ و $X_{2 \times 2}$ داشته باشیم $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & | & A \\ 0 & 2 & | & 1 \end{bmatrix}$ و $3A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & | & A \\ 0 & 2 & | & 1 \end{bmatrix}$ ، $XA^{-1} = \begin{bmatrix} | & A^{-1} & | & 1 \\ 0 & & | & 2A \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های

ماتریس X کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹- اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبه ۲، $AB = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} A - \frac{2}{3} B$ باشد، $C = A \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} B$ ، آنگاه دترمینان

ماتریس C برابر کدام است؟

(۱) -۱۶ (۲) -۴ (۳) -۱ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر A ماتریسی وارون پذیر و $A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) ۲

۳۱- اگر ارزش گزاره q درست باشد، در مورد ارزش $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee (\sim p \wedge q))$ چه می‌توان گفت؟
(۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) هم‌ارزش با گزاره p است. (۴) هم‌ارزش با گزاره $\sim p$ است.

۳۲- ارزش گزاره سوری « $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} ; x - y = 5$ » و نقیض « $\exists x \in \mathbb{R} , p(x) \Rightarrow q(x)$ » به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

(۱) درست - $\forall x \in \mathbb{R} ; \sim p(x) \wedge q(x)$

(۲) درست - $\forall x \in \mathbb{R} ; p(x) \wedge \sim q(x)$

(۳) نادرست - $\forall x \in \mathbb{R} ; p(x) \wedge \sim q(x)$

(۴) نادرست - $\forall x \in \mathbb{R} ; \sim q(x) \Rightarrow \sim p(x)$

۳۳- اگر $A \cup B = C$ و $A \cap B = \emptyset$ حاصل $(C \cap A') - B$ و $(B - (A \cap (B \cup C)))$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۳۴- اگر تعداد اعضای مجموعه $A' \cap B$ و A به ترتیب ۳ و ۷ عضو و تعداد اعضای مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ برابر ۶۶ عضو باشد، تعداد

اعضای $A^2 \cap B^2$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵- دو مجموعه $A_n = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ و $B_n = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ زیرمجموعه دلخواه \mathbb{Z} و با هم برابرند و $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_n - b_n)$ همواره عددی زوج است. اگر m بزرگ‌ترین عدد اول دورقمی باشد که می‌توان به جای n قرار داد،

مجموع ارقام m کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی مانند n ، دو عبارت $4n - 3$ و $6n + 1$ نسبت به هم اول هستند؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۷۸ (۴) ۸۲

۳۷- اگر p عدد اول دورقمی، $a = (p^2 - 1, 24)$ ، $b = (0, -32)$ و $([p, 6], 3) = b$ باشد، نسبت a به b کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۳۲ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات



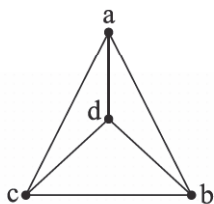
۳۸- a بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که در تقسیم بر ۲۷، باقیمانده‌اش از ۲ برابر مربع خارج‌قسمت، یک واحد کمتر است و با تقسیم a بر عددی طبیعی، مقسوم‌علیه، خارج‌قسمت و باقیمانده سه عدد متوالی می‌شوند. میانگین این سه عدد کدام است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۳۹- در گراف $G(V, E)$ با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ اگر $|E|$ بیشترین مقدار خود و $|N[a]| \times |N(b)| = 10$ و $N[a] = N[c]$ باشد چند دور به طول ۴ وجود دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۴۰- گراف G را به صورت زیر در نظر بگیرید. تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم را m ، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال آن را n و تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر آن را p می‌نامیم. $m + n + p$ کدام است؟



۲۳ (۱)

۲۴ (۲)

۴۲ (۳)

۵۶ (۴)

محل انجام محاسبات